

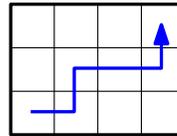
Dessinez le graphe pour l'exercice 7

Après-midi de mathématiques à l'ENS

Vous avez une heure pour résoudre ces 8 problèmes. Pour chaque problème on ne demande que la réponse (un nombre, un dessin ou une petite phrase). Les problèmes sont disposés dans l'ordre de difficulté croissante, mais vous pouvez les résoudre dans n'importe quel ordre.

1. À la fin d'un pique-nique, trois amis : Alice, Gabriel, Louise, voient qu'il leur reste six bouteilles de limonade : deux pleines, deux vides et deux remplies à moitié. Comment partager ces bouteilles entre les trois amies pour que chacune ait le même nombre de bouteilles et la même quantité de limonade ?

2. Un pion veut aller de la case A à la case B du rectangle 3×4 sur la figure de gauche. Il ne peut faire que des pas vers le haut ou vers la droite. La figure de droite montre un trajet possible. Combien y a-t-il de trajets possibles au total, en comptant celui sur la figure ?

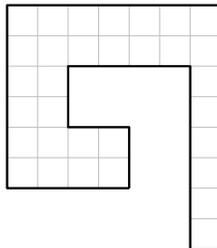


3. Entre 1 et 2019, combien y a-t-il d'entiers divisibles par 3, mais pas par 5 ?

4. Un entier $n \geq 2$ est *premier* s'il n'a pas d'autres diviseurs que 1 et lui-même. Quel est le plus grand nombre premier ne dépassant pas 100 ?

5. À une exposition de robotique on allume 2019 robots et chacun d'entre deux serre la main à exactement 4 autres robots. Combien de poignées de main ont été échangées entre les robots ?

6. Diviser la figure sur le dessin en deux parties égales (de même forme).



7. Dessinez sur le plan 10 points distincts reliés par des segments de droites vérifiant les conditions suivantes :

- chaque segment relie exactement deux points situés à ses extrémités et ne contient pas d'autres points parmi les 10 ;
- de chaque point partent exactement 4 segments ;
- les segments ne s'intersectent pas ailleurs qu'aux extrémités.

8. Le filet de volley est un rectangle de 50 cases par 600. Quel est le plus grand nombre de cordes qu'on peut couper sans que le filet se sépare en deux morceaux ?